

Zakres materiału i wymagania podstawy programowej z matematyki dla II klasy czteroletniego liceum – zakres rozszerzony (w tym zakres podstawowy)

KLASA 2

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)

Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)

Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą (R)

Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)

Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)

UWAGA: Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z klasy 1, zakres rozszerzony.

PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY
4	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY
5	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)
6	Wykres funkcji $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(k \cdot x)$, gdzie $k \neq 0$
7	Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego	

punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)	
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	
DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
	potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń
	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
	potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności
WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji	

RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną
8	Nierówności z wartością bezwzględną
9	Równanie liniowe z parametrem
10	Nierówność liniowa z parametrem
11	Równanie liniowe z wartością bezwzględną i z parametrem
12	Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem

Uczeń:**PODSTAWOWE****K****P**

zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną

potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu:
 $|x - a| = b$, $|x - a| < b$, $|x - a| > b$

potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby

potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału

umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami

potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność

rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu
 $|x - a| = b$

wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość

zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej

DOPEŁNIAJĄCE**R****D**

rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem

rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

WYKRACZAJĄCE**W**

rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

FUNKCJA KWADRATOWA

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe
8	Równania prowadzące do równań kwadratowych
9	Nierówności kwadratowe
10	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
11	Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
12	Wzory Viete'a
13	Równania i nierówności kwadratowe z parametrem

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;	potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;	potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;	
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $a \neq 0$	potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)	rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieją)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;	
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;	
rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$	
DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;	
potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;
potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;
WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów	

GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty
4	Wybrane konstrukcje geometryczne
5	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
6	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;

PODSTAWOWE

K	P
w rozwiązywaniu prostych zadań,	
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;	
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;	
zna twierdzenie o cięciwach;	
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;	
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w	

PODSTAWOWE

K	P
trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych i wpisanych i z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, kątów wpisanych z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;	potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne	przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;
stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach	
rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;	

WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

TRYGNOMETRIA

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne
3	Wybrane wzory redukcyjne
4	Kąt skierowany. Miara łukowa kąta
5	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
6	Wykresy funkcji trygonometrycznych

Uczeń:**PODSTAWOWE****K****P**

zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;

potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;

potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;

zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;

potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);

potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;

potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;

zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;

zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;

potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;

potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta

umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze α , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;

zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;

potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;

Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$; $180^\circ \pm \alpha$;

potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;

potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

DOPEŁNIAJĄCE**R****D**

potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;

potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;

potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;

potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)

potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;

potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:

potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;

potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;

WYKRACZAJĄCE**W**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej
4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

Uczeń:

PODSTAWOWE

K	P
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;	potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;	potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);	
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;	
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);	
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;

PODSTAWOWE

K	P
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
zna warunek równoległości oraz prostokątności prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującą liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;
potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punktu należący do jej wykresu;	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
	zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);
	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z	

PODSTAWOWE

K

P

geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;

WYKRACZAJĄCE

W

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA

1	Twierdzenie sinusów
2	Twierdzenie cosinusów
3	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
4	Pole figury geometrycznej
5	Pole trójkąta, cz.1
6	Pole trójkąta, cz.2
7	Pola trójkątów podobnych
8	Pole koła, pole wycinka koła
9	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

Uczeń:

PODSTAWOWE

K

P

zna twierdzenie sinusów;

potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

zna twierdzenie cosinusów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;

zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;

potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;

potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna twierdzenie o polach figur podobnych;

umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;

wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań

DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.	
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń	

WIELOMIANY

1	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
2	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
3	Równość wielomianów
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$
5	Podzielność wielomianów
6	Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera
7	Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1
8	Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta
9	Pierwiastki wymierne wielomianu
10	Pierwiastek wielokrotny
11	Rozkład wielomianu na czynniki
12	Równania wielomianowe
13	Zadania prowadzące do równań wielomianowych
14	Równania wielomianowe z parametrem
15	Funkcje wielomianowe
16	Nierówności wielomianowe

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;	potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;
potrafi wskazać jednomiany podobne;	potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;	sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);	potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;	potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia	potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;	potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;	potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;	potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;	potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;
potrafi rozpoznać wielomiany równe;	potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;
zna następujące wzory skróconego mnożenia:	potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;	
zna wzór $a^n - b^n$	
potrafi podzielić wielomian przez dwumian $(x-a)$;	
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;	
potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;	
zna twierdzenie Bezouta;	
zna twierdzenie o reszcie;	
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;	
DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;

potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;	
rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;	
stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;	
przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;	
potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;	
potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;	

WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów