

**Zakres materiału i wymagania podstawy programowej z matematyki  
dla IV klasy liceum – zakres rozszerzony**

**Zakres materiału**

<b>I Stereometria</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Wielościany i inne figury przestrzenne</li><li>2. Figury obrotowe i inne figury przestrzenne</li><li>3. Proste i płaszczyzny w przestrzeni</li><li>4. Przekroje graniastostupów i ostrosłupów</li><li>5. Bryły podobne</li></ol>	<b>II Prawdopodobieństwo</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Prawdopodobieństwo – pojęcia podstawowe</li><li>2. Obliczanie prawdopodobieństwa</li><li>3. Drzewka</li><li>4. Wartość oczekiwana</li><li>5. Zasada mnożenia i zasada dodawania</li><li>6. Wariacje</li><li>7. Kombinacje</li><li>8. Dwumian Newtona</li><li>9. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo</li><li>10. Suma i iloczyn zdarzeń</li><li>11. Prawdopodobieństwo warunkowe</li><li>12. Prawdopodobieństwo całkowite</li><li>13. Zdarzenia niezależne</li><li>14. Schemat Bernoulliego</li></ol>
<b>III Granice funkcji</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Granice funkcji – intuicje</li><li>2. Granice funkcji – definicja</li><li>3. Funkcje ciągłe</li><li>4. Twierdzenie Darboux</li><li>5. Obliczanie granic</li></ol>	<b>IV Pochodna funkcji</b> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Pochodna funkcji w punkcie</li><li>2. Pochodna funkcji</li><li>3. Pochodna funkcji złożonej</li><li>4. Monotoniczność funkcji</li><li>5. Ekstrema</li><li>6. Zastosowania pochodnej</li></ol>
<b>V Powtórki maturalne</b>	

## Wymagania edukacyjne

W XLIII LO wyróżnia się następujące wymagania programowe zgodne z IV etapem nauczania matematyki:

- **K** – konieczne, obowiązujące na ocenę dopuszczającą, dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia,
- **P** – podstawowe obowiązujące na ocenę dostateczną, zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności,
- **R** – rozszerzające obowiązujące na ocenę dobrą, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą bardziej złożonych i nieco trudniejszych zagadnień,
- **D** – dopełniające obowiązujące na ocenę bardzo dobrą zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji,
- **W** – wykraczające (W), których opanowanie uzasadnia wystawienie oceny celującej, dotyczą zagadnień łączących w sobie kilka działów matematyki, zmuszających do twórczej analizy problemu, oryginalnego rozwiązania oraz biegłego posługiwania się nabytą wiedzą.

Przydział wymagań do poszczególnych ocen szkolnych:

- ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K),
- ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P),
- ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R),
- ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D),
- ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W),
- klasyfikacja podwójna, np. K–P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze – P.

Jednostka tematyczna	Uczeń zna:	Uczeń rozumie:	Uczeń potrafi:	Uczeń potrafi:
<b>STEREOMETRIA</b>				
Wielościany i inne figury przestrzenne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie figury wypukłej (K)</li> <li>• pojęcie czworościanu (K)</li> <li>• pojęcie wielościanu foremnego (P)</li> <li>• reguły rysowania rzutów brył (K)</li> <li>• wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie figury wypukłej (K)</li> <li>• pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K)</li> <li>• pojęcie czworościanu (K)</li> <li>• reguły rysowania rzutów brył (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów (K)</li> <li>• wyznaczyć długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów (R–W)</li> <li>• wyznaczyć długości odcinków w wielościanach foremnym (P–D)</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa (K)</li> </ul>		<p>(K–R)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>obliczyć pola powierzchni i objętości graniastosłupów (K–R)</li> <li>obliczyć pola powierzchni i objętości ostrosłupów (K–R)</li> <li>obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów powstałych w wyniku doklejenia lub odcięcia od graniastosłupa (ostrosłupa) innego graniastosłupa lub ostrosłupa (P–D)</li> <li>obliczyć pola powierzchni i objętości wielościanów foremnych (P–R)</li> <li>obliczyć długości odcinków w wielościanach foremnych (P–R)</li> </ul>	
Figury obrotowe i inne figury przestrzenne	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzory na obliczanie pól powierzchni i objętości walca, stożka i kuli (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcie bryły obrotowej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>narysować rzuty walca, stożka i kuli (K)</li> <li>obliczyć pole i objętość brył obrotowych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w walec(stożek lub kulę) oraz opisanych na walcu (stożku lub kuli) (R–W)</li> <li>rozwiązać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył obrotowych wpisanych w graniastosłup (ostrosłup) i opisanych na graniastosłupie (ostrosłupie) (R–W)</li> </ul>
Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none"> <li>pojęcia: proste równoległe w przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K)</li> <li>pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>różnicę pomiędzy prostymi prostopadłymi w przestrzeni a prostymi skośnymi (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazać kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (K–P)</li> <li>wskazać kąty między ścianami</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K)</li> <li>• twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (P)</li> </ul>		<p>graniastosłupów i ostrosłupów (P–D)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczyć miary kątów między <ul style="list-style-type: none"> <li>- odcinkami (K–P)</li> <li>- odcinkami i ścianami (P–R)</li> <li>- ścianami (R)</li> </ul> </li> </ul> <p>graniastosłupów i ostrosłupów</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć pole powierzchni i objętość graniastosłupa lub ostrosłupa na podstawie: <ul style="list-style-type: none"> <li>- rysunku (K–P)</li> <li>- opisu (P–R)</li> </ul> </li> </ul>	<p>(R–W)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnić wskazane tezy (R–D)</li> </ul>
Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję przekroju bryły (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie przekroju prostopadłościanu (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• narysować przekrój prostopadłościanu płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P)</li> <li>• obliczyć pole przekroju zaznaczonego na rzucie prostopadłościanu (K–R)</li> <li>• obliczyć pole przekroju, którego odcinki zaznaczone są na siatce prostopadłościanu (R–D)</li> <li>• narysować przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez dane odcinki, punkty (K–P)</li> <li>• obliczyć pole (obwód) przekroju zaznaczonego na rzucie ostrosłupa (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczyć i obliczyć pole przekroju prostopadłościanu (R–D)</li> <li>• wyznaczyć i obliczyć pole przekroju ostrosłupa (R–D)</li> </ul>
Bryły podobne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zależność między stosunkiem objętości brył podobnych a skalą podobieństwa (K)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć pole i objętość brył podobnych (K)</li> <li>• obliczyć pole i objętość brył powstałych poprzez odcięcie ich części (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć objętość brył powstałych ze sklejenia ze sobą części stożków i walców, oraz w wyniku wycięcia walców z części stożków (R–D)</li> <li>• uzasadnić wskazane tezy (R–D)</li> </ul>

**PRAWDOPODOBIENSTWO**

<p>Prawdo-podobieństwo – podstawowe pojęcia</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne (K)</li> <li>• klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K)</li> <li>• pojęcia zdarzeń przeciwnych i zależności pomiędzy ich prawdopodobieństwami (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe, zdarzenie niemożliwe, zdarzenie pewne (K)</li> <li>• klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K)</li> <li>• prawdopodobieństwo jest liczbą z przedziału <math>&lt; 0;1 &gt;</math> (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego (K–R)</li> <li>• określić zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K–R)</li> <li>• ustalać zdarzenia przeciwne do danych (K)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K–P)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując zdarzenia przeciwne (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D)</li> </ul>
<p>Obliczanie prawdopodobieństwa</p>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K–P)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując tabele ilustrujące przestrzeń zdarzeń elementarnych (K–P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D)</li> </ul>
<p>Drzewka</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• metodę drzewek (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• metodę drzewek (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek (K–P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek w sytuacjach nietypowych (R–W)</li> </ul>
<p>Wartość oczekiwana</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wzór na obliczanie wartości oczekiwanej wyniku w danej grze (K)</li> <li>• pojęcie gry sprawiedliwej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie gry sprawiedliwej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć wartość oczekiwaną wyniku w danej grze (K–P)</li> <li>• obliczyć wartość nieznaną stawki tak, by opisana gra była</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać zadania z zastosowaniem obliczeń wartości oczekiwanej (R–D)</li> </ul>

			sprawiedliwa (P–R)	
Zasada mnożenia i zasada dodawania	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę mnożenia (K)</li> <li>• zasadę dodawania (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę mnożenia (K)</li> <li>• zasadę dodawania (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować zasadę mnożenia (K–R)</li> <li>• rozwiązać zadania z zastosowaniem zasady mnożenia (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować zasadę mnożenia i zasadę dodawania w sytuacjach nietypowych (R–D)</li> <li>• rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem zasady mnożenia i zasady dodawania (R–D)</li> </ul>
Wariacje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie silni (K)</li> <li>• pojęcie permutacji (K)</li> <li>• pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zasadę mnożenia (K)</li> <li>• pojęcie silni (K)</li> <li>• pojęcie permutacji (K)</li> <li>• pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć wartości wyrażeń zawierających symbol silnia (K–R)</li> <li>• rozwiązać równanie zawierające symbol silnia (P–R)</li> <li>• stosować zasadę mnożenia (K–R)</li> <li>• ustalić liczbę permutacji (K–R)</li> <li>• ustalić liczby wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ustalić liczby permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń w sytuacjach nietypowych (R–D)</li> <li>• rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń (R–W)</li> </ul>
Kombinacje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie kombinacji (K)</li> <li>• pojęcie symbolu Newtona (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie kombinacji (K)</li> <li>• pojęcie symbolu Newtona (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ustalić liczbę kombinacji (K–P)</li> <li>• obliczyć wartości wyrażeń zawierających symbol Newtona (K–P)</li> <li>• rozwiązać zadania z zastosowaniem kombinacji (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ustalić liczbę kombinacji (R–D)</li> <li>• rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem kombinacji (R–D)</li> </ul>
Dwumian Newtona	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wzór Newtona (P)</li> <li>• własności trójkąta Pascala (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wzór Newtona (P)</li> <li>• własności trójkąta Pascala (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować wzór Newtona (P)</li> <li>• przekształcić wyrażenie korzystając ze wzoru Newtona (P–R)</li> <li>• rozwiązać zadania wykorzystując wzór Newtona (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać nietypowe zadania z zastosowaniem własności wzoru Newtona (R–W)</li> </ul>
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo			<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D)</li> </ul>

Suma i iloczyn zdarzeń	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: suma i iloczyn zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K)</li> <li>• twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (K)</li> <li>• własności prawdopodobieństwa (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia: suma, iloczyn zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K)</li> <li>• własności prawdopodobieństwa (K)</li> <li>• twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznać zdarzenia wykluczające się (K–P)</li> <li>• określić sumę, iloczyn zdarzeń (K–P)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa sumy i iloczynu zdarzeń (K–P)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa (K–P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa w sytuacjach nietypowych (R–D)</li> </ul>
Prawdo-podobieństwo warunkowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania z wykorzystaniem wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe (R–D)</li> </ul>
Prawdo-podobieństwo całkowite	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P)</li> <li>• wzór Bayesa (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwo całkowite (P–R)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwo z wykorzystaniem wzoru Bayesa (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym (R–D)</li> <li>• obliczyć prawdopodobieństwo z wykorzystaniem wzoru Bayesa w sytuacjach nietypowych (P–R)</li> </ul>
Zdarzenia niezależne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K)</li> <li>• własności zdarzeń niezależnych (P)</li> <li>• pojęcie niezależności trzech zdarzeń (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K)</li> <li>• własności zdarzeń niezależnych (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• badać niezależność dwóch zdarzeń (K–R)</li> <li>• stosować własności zdarzeń niezależnych (P–R)</li> <li>• badać niezależność trzech zdarzeń (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem badania niezależności zdarzeń oraz własności zdarzeń niezależnych (R–D)</li> </ul>
Schemat Bernoulliego	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie próby Bernoulliego (P)</li> <li>• pojęcie: schemat Bernoulliego (P)</li> <li>• wzór do schematu Bernoulliego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie: schemat Bernoulliego (P)</li> <li>• wzór do schematu Bernoulliego (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach Bernoulliego (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować schemat Bernoulliego w nietypowych zadaniach (R–D)</li> </ul>

### GRANICE FUNKCJI

Granice funkcji – intuicje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K)</li> <li>• zapis jednostronnej granicy funkcji (K)</li> <li>• pojęcie granicy właściwej funkcji (K)</li> <li>• pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K)</li> <li>• zapis jednostronnej granicy funkcji (K)</li> <li>• pojęcie granicy właściwej funkcji (K)</li> <li>• pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić granice funkcji na podstawie jej wykresu (K–R)</li> <li>• szkicować wykres funkcji, mając daną jej dziedzinę i granice tej funkcji (K–R)</li> <li>• szkicować wykres funkcji zadanej wzorem i na podstawie wykresu określać granice tej funkcji (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• podać wzór funkcji spełniającej określone warunki, a następnie ustalić granice tej funkcji (R–D)</li> </ul>
Granice funkcji – definicje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie granicy właściwej w plus oraz minus nieskończoności(P)</li> <li>• pojęcie granicy niewłaściwej w plus oraz minus nieskończoności(P)</li> <li>• definicję granicy właściwej funkcji w punkcie (P)</li> <li>• definicję granicy niewłaściwej funkcji punkcie (P)</li> <li>• definicje granicy właściwej lewostronnej i prawostronnej (P)</li> <li>• definicje granicy niewłaściwej lewostronnej i prawostronnej (P)</li> <li>• związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji w punkcie (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie granicy właściwej w plus oraz minus nieskończoności(P)</li> <li>• pojęcie granicy niewłaściwej w plus oraz minus nieskończoności(P)</li> <li>• definicję granicy właściwej funkcji w punkcie (P)</li> <li>• definicję granicy niewłaściwej funkcji punkcie (P)</li> <li>• definicje granicy właściwej lewostronnej i prawostronnej (P)</li> <li>• definicje granicy niewłaściwej lewostronnej i prawostronnej (P)</li> <li>• związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji w punkcie (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić granice funkcji w plus oraz minus nieskończoności, korzystając z definicji (P–R)</li> <li>• określić granice funkcji w punkcie, korzystając z definicji (P–R)</li> <li>• korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzystając z definicji, określić granice funkcji w plus oraz minus nieskończoności (R–D)</li> <li>• korzystając z definicji, określić granice funkcji w punkcie (R–D)</li> <li>• korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (R–D)</li> </ul>
Funkcje ciągłe	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicja funkcji ciągłej w punkcie (K)</li> <li>• własności funkcji ciągłych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie funkcji ciągłej w punkcie (K)</li> <li>• własności funkcji ciągłych (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazać punkty, w których funkcja nie jest ciągła (K–R)</li> <li>• sprawdzić ciągłość funkcji w punkcie i w całej dziedzinie (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić, dla jakiej wartości parametrów funkcja jest ciągła w danym punkcie (R–W)</li> <li>• znaleźć punkty, w których funkcja nie jest ciągła (R–W)</li> </ul>



Twierdzenie Darboux	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenie Darboux</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenie Darboux</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnić przyjmowanie przez funkcje daną wzorem określonych wartości (P–R)</li> <li>• sprawdzić czy równanie ma rozwiązanie w podanym przedziale i znaleźć jego przybliżoną wartość, korzystając z twierdzenie Darboux (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnić różne tezy, korzystając z twierdzenie Darboux (R–D)</li> </ul>
Obliczanie granic	<ul style="list-style-type: none"> <li>• własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K)</li> <li>• własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K)</li> <li>• symbole nieoznaczone (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K)</li> <li>• własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (K–R)</li> <li>• obliczyć granice funkcji z symbolami nieoznaczonymi (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (R–D)</li> <li>• obliczyć granice funkcji z symbolami nieoznaczonymi (R–D)</li> <li>• obliczyć, dla jakich wartości parametrów granice przyjmują określoną wartość (R–D)</li> </ul>
Obliczanie granic (cd.)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• własności granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K)</li> <li>• własności jednostronnych granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K)</li> <li>• definicje asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji (R)</li> <li>• definicję asymptoty ukośnej wykresu funkcji (D)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• własności granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K)</li> <li>• własności jednostronnych granic niewłaściwych funkcji w punkcie (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć granice funkcji w punkcie, wykorzystując własności granic niewłaściwych (K–R)</li> <li>• obliczyć jednostronne granice funkcji w punkcie, wykorzystując własności granic niewłaściwych (K–R)</li> <li>• obliczyć granice funkcji w punkcie w przypadku symboli nieoznaczonych (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczyć równania asymptot pionowych i poziomych wykresów funkcji (R–D)</li> </ul>
<b>POCHODNA FUNKCJI</b>				
Pochodna funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie siecznej wykresu funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• różnice pomiędzy sieczną wykresu funkcji a styczną do</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć pochodne funkcji w punkcie, korzystając z definicji</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykazać, że funkcja nie ma pochodnej w danym punkcie</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie stycznej do wykresu funkcji (K)</li> <li>• definicję pochodnej funkcji w punkcie (K)</li> <li>• związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K)</li> </ul>	<p>wykresu funkcji (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K)</li> </ul>	<p>(K–R)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdzić, czy funkcja ma pochodną w danym punkcie (K–R)</li> <li>• wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K–R)</li> </ul>	<p>(P–D)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• korzystając z wykresu funkcji, wskazać argumenty, dla których pochodna spełnia określone warunki (P–D)</li> </ul>
Pochodna funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję pochodnej funkcji (K)</li> <li>• twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji (K)</li> <li>• wzór na pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji (K)</li> <li>• wzór na pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć pochodne funkcji (K–R)</li> <li>• wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać nietypowe zadania prowadzące do obliczenia pochodnej funkcji (R–D)</li> </ul>
Pochodna funkcji złożonej	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia złożenia funkcji, funkcji wewnętrznej, funkcji zewnętrznej (P)</li> <li>• symbol złożenia funkcji (P)</li> <li>• wzór na pochodną funkcji złożonej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcia złożenia funkcji, funkcji wewnętrznej, funkcji zewnętrznej (P)</li> <li>• wzór na pochodną funkcji złożonej (P)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczyć wzór funkcji złożonej, mając dane wzory funkcji wewnętrznej i zewnętrznej (P)</li> <li>• obliczyć pochodne funkcji złożonych (P–R)</li> <li>• wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji złożonej w danym punkcie (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczyć wzór funkcji złożonej, mając dane wzory funkcji wewnętrznej i zewnętrznej (R–D)</li> <li>• obliczyć pochodne funkcji złożonych (R–D)</li> <li>• wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji złożonej w danym punkcie (R–D)</li> </ul>
Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością funkcji (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić przedziały, w których pochodna funkcji przyjmuje wartości dodatnie, ujemne na podstawie wykresu tej funkcji (P)</li> <li>• określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie wykresu jej pochodnej (K–P)</li> <li>• określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wzoru (K–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wzoru (R–D)</li> <li>• dopasować do wykresu pochodnej funkcji wykres tej funkcji i odwrotnie (P–D)</li> <li>• określić wartość parametru, dla którego dana funkcja jest rosnąca lub malejąca (R–D)</li> </ul>
Ekstrema	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję minimum</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• definicję minimum</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• określić ekstrema lokalne na</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć ekstrema lokalne</li> </ul>

	<p>i maksimum lokalnego (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie ekstremum lokalnego (K)</li> <li>• warunek konieczny istnienia ekstremum (K)</li> <li>• warunek dostateczny istnienia ekstremum (K)</li> <li>• pojęcie punktu przegięcia (R)</li> </ul>	<p>i maksimum lokalnego (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie ekstremum (K)</li> <li>• warunek konieczny istnienia ekstremum (K)</li> <li>• warunek dostateczny istnienia ekstremum (K)</li> <li>• pojęcie punktu przegięcia (R)</li> </ul>	<p>podstawie wykresu funkcji (K–P)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć ekstrema lokalne funkcji na podstawie jej wzoru (K–R)</li> </ul>	<p>funkcji na podstawie jej wzoru (R–D)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• dopasować do wykresu pochodnej wykres funkcji i odwrotnie (P–D)</li> <li>• zbadać liczbę rozwiązań równania w zależności od wartości parametrów (R–D)</li> <li>• wykazać określone własności funkcji (R–D)</li> </ul>
Zastosowania pochodnej	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie największej wartości funkcji w danym przedziale (K)</li> <li>• pojęcie najmniejszej wartości funkcji w danym przedziale (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie największej wartości funkcji w danym przedziale (K)</li> <li>• pojęcie najmniejszej wartości funkcji w danym przedziale (K)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczyć największą i najmniejszą wartość funkcji w danym przedziale (K–P)</li> <li>• wyznaczyć zbiór wartości funkcji na podstawie jej wzoru (P–R)</li> <li>• rozwiązać proste zadanie optymalizacyjne (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać nietypowe zadanie optymalizacyjne (R–D)</li> </ul>
Zastosowania pochodnej (cd.)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pojęcie prędkości jako pochodnej funkcji opisującej zmianę odległości</li> <li>• pojęcie przyspieszenia jako pochodnej funkcji opisującej prędkość</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• fizyczną interpretację pochodnej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać zadania dotyczące prędkości chwilowej i przyspieszenia (P–R)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązać nietypowe zadania dotyczące prędkości chwilowej i przyspieszenia (R–D)</li> </ul>